

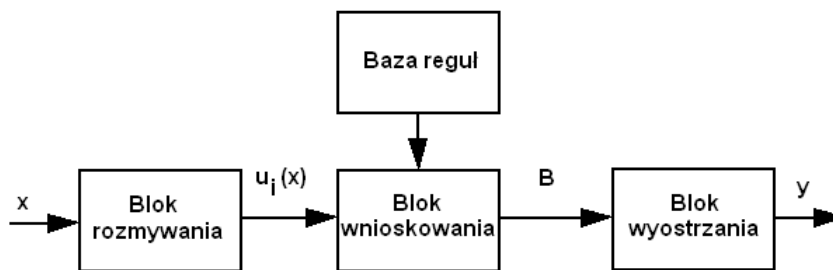
Ćwiczenie nr 2

Zbiory rozmyte – logika rozmyta

Rozmywanie, wnioskowanie, baza reguł, wyostrzanie

1. Wprowadzenie

W wielu zagadnieniach dotyczących sterowania procesami technologicznymi niezbędne jest wyznaczenie modelu rozważanego procesu. Znajomość modelu pozwala dobrać właściwy regulator (sterownik). Jednakże często znalezienie odpowiedniego modelu jest problemem trudnym, niekiedy wymagającym przyjęcia różnego typu założeń upraszczających. Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do sterowania procesami technologicznymi nie wymaga znajomości modeli tych procesów. Należy jedynie sformułować reguły postępowania w formie zdań typu **JEŻELI ... TO ...**. Rozmyty system wnioskujący składa się z: bloku rozmywania, bloku wnioskowania, bazy reguł oraz bloku wyostrzania. Schemat systemu rozmytego przedstawiono na rys. 1.

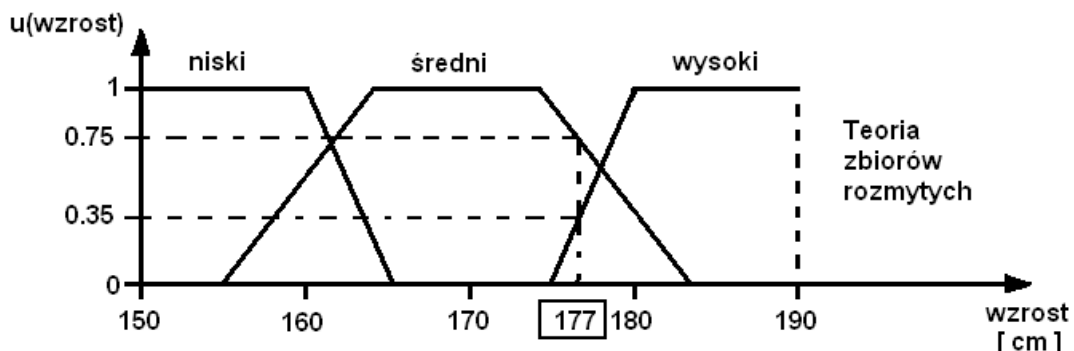


Rys. 1 – Schemat rozmytego systemu wnioskującego

Gdzie: x – dane wejściowe (nierozmyte), $\mu_i(x)$ – wartości funkcji przynależności do termów wejściowych odpowiadające danym wejściowym, B – zbiór rozmyty będący efektem wnioskowania, y – dane wyjściowe (nierozmyte).

2. Blok rozmywania

System sterowania z logiką rozmytą operuje na zbiorach rozmytych. Dlatego konkretna wartość podana na jego wejście podlega operacji rozmywania, w wyniku której wartość wejściowa zostaje odwzorowana w zbiór rozmyty. Operacje rozmywania przedstawiono na rys. 2.



Wartość wejściowa nierozmyta "wzrost = 177"

Rozmyte wartości wyjściowe: $u_{\text{niski}}(\text{wzrost}) = 0$

$u_{\text{średni}}(\text{wzrost}) = 0.75$

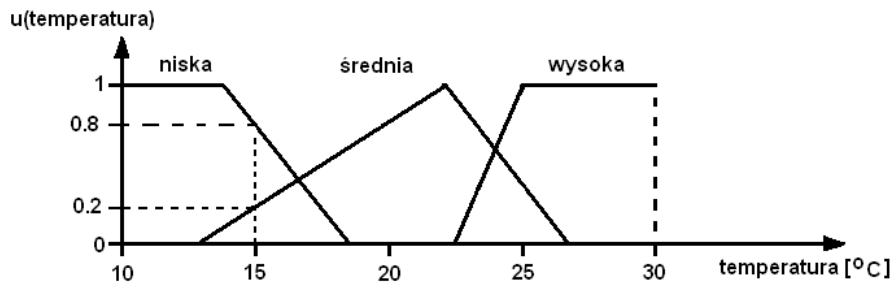
$u_{\text{wysoki}}(\text{wzrost}) = 0.35$

Rys. 2 – Przykład działania operacji rozmywania

Na wejście bloku rozmywania złożonego z trzech termów {„niski”, „średni”, „wysoki”} zmiennej lingwistycznej „wzrost” podano wartość nierozmytą „wzrost = 177”. Wynikiem jej rozmycia są trzy wartości funkcji przynależności tej wartości do kolejnych termów, które wynoszą: $\mu_{\text{niski}}(\text{„wzrost}=177\text{”})=0$, $\mu_{\text{średni}}(\text{„wzrost}=177\text{”})=0.75$, $\mu_{\text{wysoki}}(\text{„wzrost}=177\text{”})=0.35$.

3. Blok wnioskowania

Na wejściu bloku wnioskowania pojawia się rozmyta wartość wejściowa. Na wyjściu tego bloku pojawia się zbiór rozmyty powstały w wyniku wnioskowania. Wnioskowanie przeprowadza się na podstawie reguł zawartych w bazie reguł. Na rys. 3 przedstawiono rozmycie wartości wejściowej „temperatura=15°”.



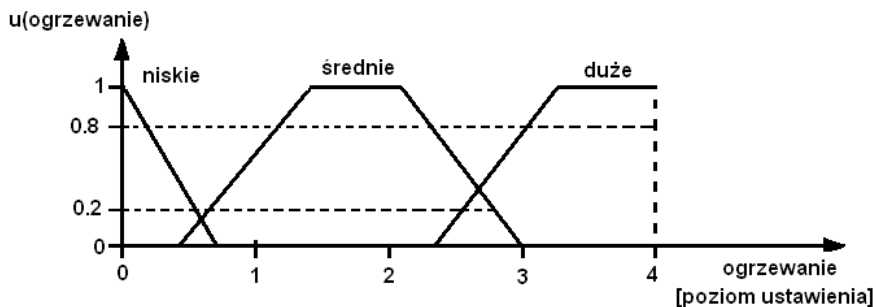
Rys. 3 – Rozmycie wartości wejściowej „temperatura=15°”

Widać, że wartości funkcji przynależności do kolejnych termów zmiennej lingwistycznej „temperatura” wynoszą: $\mu_{\text{niska}}(\text{temperatura})=0.8$, $\mu_{\text{średnia}}(\text{temperatura})=0.2$, $\mu_{\text{wysoka}}(\text{temperatura})=0$. W związku z tym mogą zostać odpalone na przykład dwie takie reguły, znajdujące się w zbiorze reguł wyjściowych.

R1: Jeżeli temperatura=niska To ogrzewanie=duże

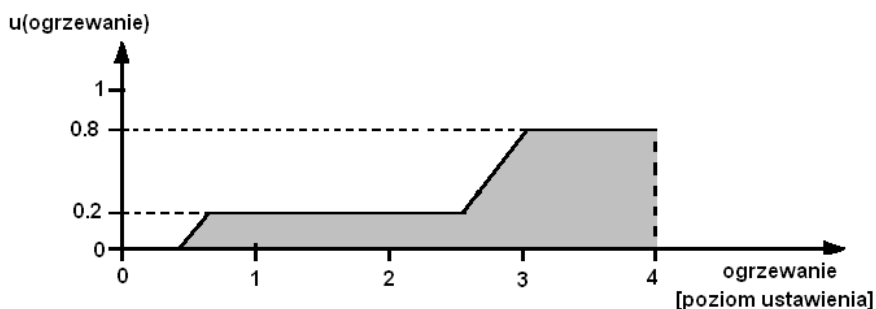
R2: Jeżeli temperatura=srednia To ogrzewanie=srednie

Proces uruchomienia reguł R1 i R2 został przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4 – Przykład uruchomienia reguł w bloku wnioskowania

W wyniku wnioskowania otrzymany został zbiór rozmyty przedstawiony na rys. 5



Rys. 5 – Rozmyty zbiór wyjściowy odpowiadający wnioskowaniu z rys. 4

Zbiór wynikowy przedstawiony na rys. 5 jest sumą zbiorów z rys. 4 po procesie wnioskowania.

4. Baza reguł

W bazie reguł przechowywana jest wiedza dotycząca rozważanego problemu. Reguły zapisywane są w formie wyrażenia JEŻELI TO Przy projektowaniu sterowników rozmytych należy rozstrzygnąć czy liczba reguł jest wystarczająca, czy są one niesprzeczne oraz czy zachodzą interakcje pomiędzy poszczególnymi regułami. W dla przykładu z punktu 3, prosta baza reguł może wyglądać następująco:

R1: Jeżeli temperatura=niska To ogrzewanie=duże

R2: Jeżeli temperatura=srednia To ogrzewanie=srednie

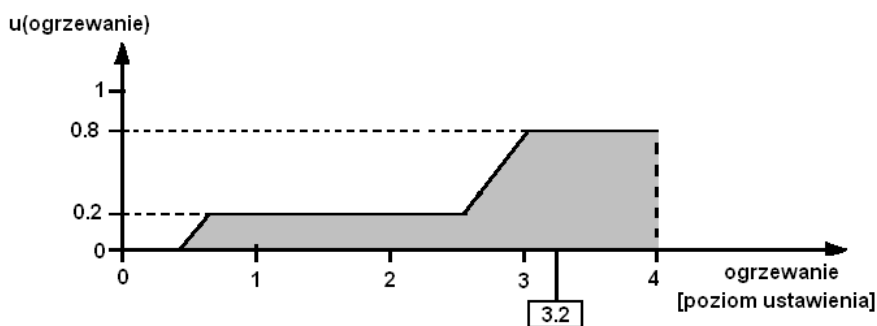
R3: Jeżeli temperatura=wysoka To ogrzewanie=niskie

5. Blok wyostrzenia

Wielkością wyjściową bloku wnioskowania jest bądź N zbiorów rozmytych B_i z funkcjami przynależności $\mu_{B_i}(y)$, $i=1,2,\dots,N$, bądź jeden zbiór rozmyty B' (jak na rys. 5) z funkcją przynależności $\mu_{B'}(y)$. Wówczas pojawia się problem odwzorowania zbiorów rozmytych B_i (lub zbioru rozmytego B') w jedną wartość $y \in Y$, która będzie wyznaczoną wartością odpowiedzi rozmytego systemu wnioskującego po podaniu na jego wejście wartości $x \in X$. Odwzorowanie to nazywa się wyostrzeniem i jest realizowane w bloku wyostrzenia. Istnieje kilka metod realizujących wyostrzenie. Najbardziej popularna jest metoda środka ciężkości (ang. *center of gravity method*). W metodzie tej wartość wyjściową y wyznaczamy z zależności:

$$y = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_{B'}(y_k) \cdot y_k}{\sum_{k=1}^N \mu_{B'}(y_k)}$$

Stosując metodę środka ciężkości wyznaczono wartość wyjściową dla zbioru z rys. 5, co pokazano na rys. 6.

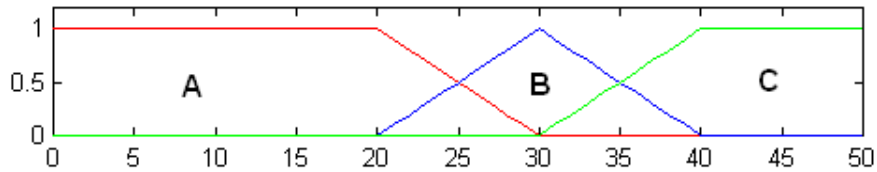


Rys. 6 – Wyostrzenie zbioru rozmytego z rys. 5

W wyniku wyostrzenia otrzymano wartość 3.2 będącą wartością wyjściową przykładowego rozmytego systemu wnioskującego. W związku z tym system wnioskujący (w oparciu o reguły i terminy rozmyte) stwierdził, że w przypadku, gdy „temperatura”=15 [°C] należy „ogrzewanie” ustawić na wartość 3.2 [poziomu ustawienia].

6. Zadania do wykonania

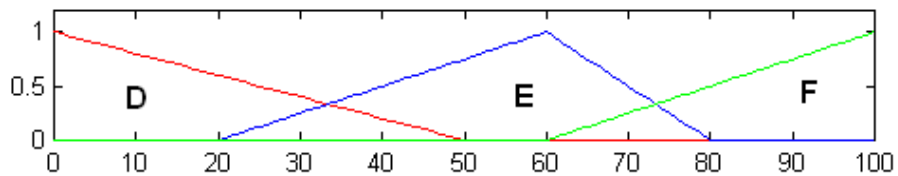
- a) utworzyć zbiór rozmyty (wejściowy) złożony z trzech termów A, B, C zmiennej lingwistycznej „x” przedstawionych graficznie na rys. 7.



Rys. 7 – Przykładowy zbiór rozmyty (wejściowy) zmiennej lingwistycznej „x”

Przyjąć zakres zmienności zmiennej lingwistycznej „x” [0, 50] z krokiem co 0.5. Po utworzeniu zbioru przedstawić go graficznie jak na rys. 7

- b) utworzyć zbiór rozmyty (wyjściowy) złożony z trzech termów D, E, F zmiennej lingwistycznej „y” przedstawionych graficznie na rys. 8.



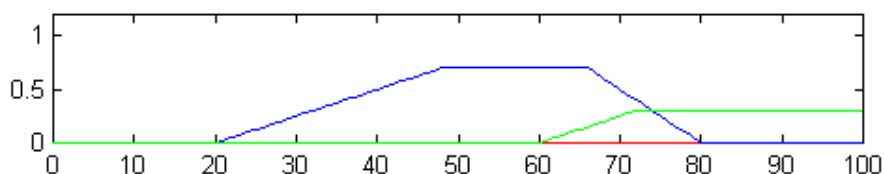
Rys. 8 – Przykładowy zbiór rozmyty (wyjściowy) zmiennej lingwistycznej „y”

Przyjąć zakres zmienności zmiennej lingwistycznej „y” [0, 100] z krokiem co 1. Po utworzeniu zbioru przedstawić go graficznie jak na rys. 8

- c) dla utworzonego zbioru rozmytego (wejściowego) z rys. 7 zaprogramować operację rozmycia, aby po podaniu konkretnej wartości (z klawiatury) zmiennej lingwistycznej „x” otrzymać jej wartości funkcji przynależności do termów: A, B i C. Na przykład po podaniu „x=33”, efektem rozmycia powinny być 3 wartości funkcji przynależności: $\mu_A(x)=0$, $\mu_B(x)=0.7$, $\mu_C(x)=0.3$.
- d) dysponując rozmytą wartością „x” z punktu 6c, zaprogramować operację wnioskowania, wykorzystując zbiór wyjściowy z rys. 8 oraz przyjmując, że w bazie reguł znajdują się następujące reguły:

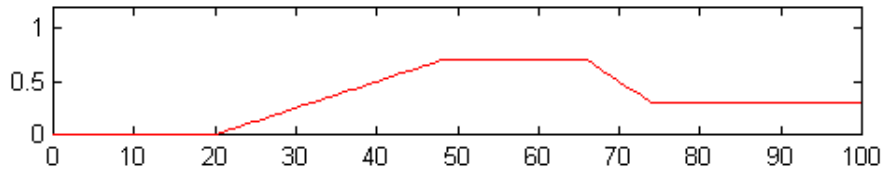
- R1: JEŻELI x=A to y=D
- R2: JEŻELI x=B to y=E
- R3: JEŻELI x=C to y=F

Wynik wnioskowania przedstawić w formie graficznej najpierw po odcięciu odpowiednich termów na poziomie wynikającym z rozmycia wartości wejściowej „x” oraz z reguł znajdujących się w bazie reguł. Na rys. 9 dla przykładu przedstawiono wnioskowanie dla zmiennej rozmytej „x” o wartościach z punktu 6c.



Rys. 9 – Obcięte termy ze zbioru rozmytego „y” po operacji wnioskowania

- e) dokonać sumowania termów powstałych w punkcie 6d. Dla przykładu na rys. 10 przedstawiono z sumowane termy (agregacja) z rys. 9.



Rys. 10 – Zbiór rozmyty będący efektem agregacji (suma zbiorów z rys. 9)

- f) dysponując wynikowym zbiorem rozmytym, zaprogramować operację wyostżenia stosując metodę środka ciężkości. Dla przykładu podając na wejście rozmytego systemu wnioskującego wartość „ $x=33$ ”, jego odpowiedź powinna wynosić „ $y=60.2227$ ”